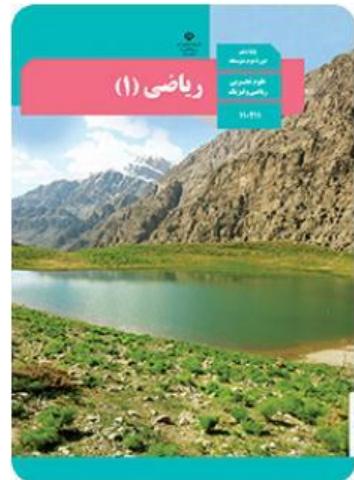


دیاضی (۱)

پايه دهم



www.maktabestan.ir

[@maktabestan](https://t.me/maktabestan)

info@maktabestan.ir

[@maktabestan.ir](https://www.instagram.com/maktabestan_ir)

فصل اول

مجموعه الگو دنیا

مجموعه مرجع: مجموعه ای است که در یک مساله بخصوص همه مجموعه های دیگر زیرمجموعه آن هستند و آن را با $\textcolor{brown}{M}$ یا $\textcolor{blue}{U}$ نشان می دهند.

متمم یک مجموعه: متمم مجموعه A را با A' نشان می دهند و شامل آن اعضايی است که در مجموعه مرجع است ولی در A نیست.

اجتماع دو مجموعه: با $A \cup B$ نشان می دهند و شامل همه اعضای A و B است. در واقع هر عضو $A \cup B$ یا متعلق به A یا B است.

اشتراك دو مجموعه: با $A \cap B$ نشان می دهند و شامل اعضايی است که هم متعلق به A و هم متعلق به B است.

نکته: دو مجموعه را جدا از هم گويند هرگاه غير تهی بوده اشتراك آنها تهی باشد. مثل مجموعه اعداد زوج و فرد.

تفاضل دو مجموعه: با $A - B$ نشان می دهند و شامل اعضايی است که در A وجود دارد ولی در B نیست.

تفاضل متقارن دو مجموعه: با $A \Delta B$ نشان می دهند و شامل اعضايی است که فقط متعلق به يکی از آنها است.

خواص مجموعه ها:

$$(A')' = A \quad , \quad U' = \emptyset \quad , \quad \emptyset' = U$$

$$A \subset B \rightarrow B' \subset A'$$

$$A - B = A \cap B' \quad A \subset B \rightarrow A \cup B = B \quad , \quad A \cap B = A$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad , \quad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

مثال: اگر $B' = \{x | 3 \leq x \leq 6\}$ و $A = \{x | x^2 < 49\}$ و مجموعه های $U = \{x \in N | x \leq 10\}$ را در نظر بگیریم مجموعه $(A' \cap B)U(B - C)'$ را مشخص کنید.

مثال: اگر مجموعه مقسوم علیه های طبیعی ۲۸ و ۳۰ را A, B بنامیم مجموعه $A \cup B$ چند عضو دارد؟

مثال: اگر $A' \cap B$ حاصل $A \cup B'$ چیست؟

مثال: متتم مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟

$\emptyset, A' \cup B', B', A$



مثال: اگر A, B دو مجموعه جدا از هم باشند حاصل $[(A - B) \cap (B - A)]'$ چیست؟

$\emptyset, U, B', A - B$

مثال: اگر $A \subseteq B$ کدام نادرست است؟

$$A' \cup B = U, B' \subseteq A', A' \cap B = \emptyset, A \cap B' = \emptyset$$

مثال: به وسیله نمودار ون روابط بین مجموعه های اعداد طبیعی و حسابی و صحیح و گویا و گنگ و حقیقی را نشان دهید.

مثال: کدام مجموعه تهی نیست؟

$$N \cap (Q' - R) , \quad W \cap (Z - N)$$

$$N \cap (Q - Z) , \quad W \cap (R - Q)$$

بازه ها (فاصله ها):

بازه ها زیر مجموعه هایی پیوسته از اعداد حقیقی هستند که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$[a, b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$$

$$(a, b] = \{x \in R \mid a < x \leq b\}$$

$$(a, b) = \{x \in R \mid a < x < b\}$$

$$[a, +\infty) = \{x \in R \mid x \geq a\}$$



$$(-\infty, +\infty) = \{x \in R \mid x > a\}$$

$$(-\infty, a] = \{x \in R \mid x \leq a\}$$

$$(-\infty, a) = \{x \in R \mid x < a\}$$

$$(-\infty, +\infty) = R$$

مثال: حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$(-3, 0) \cap (-2, 1]$$

$$(-3, 0) \cup (-2, 1]$$

$$(-3, 0) \cup [0, 2)$$

$$(-3, 0) \cup (0, 2)$$

$$(-3, 0) \cap (0, 2)$$



$$[2, 4) - (3, +\infty)$$

$$(2, 4) \cup \{3\}$$

مثال: متمم $\{1, 2\}$ چیست؟

مثال: کدام بازه شامل تعداد بیشتری از اعداد طبیعی است؟

$$[-3, 5) \cap (2, 5] \quad (0, 6) \cap [1, 7] \quad [1, 6] - [2, 3] \quad [0, 3) \cup (1, 5)$$

مثال: اگر $B = [-6, 5)$, $A = [1, 7)$ مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ شامل چند عدد طبیعی

است؟

مثال: اگر $A - B = \{-2x \mid x \in A\}$, $A = [-2, 4]$ چیست؟

مثال: اگر $(a < b)$, $A \cap B = [a, b + 3]$ چیست؟

مثال: اگر $3 \in (m+1, 2m+5)$ حدود m را بیابید.

مجموعه های متناهی و نامتناهی: به مجموعه ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد مجموعه متناهی یا با پایان و در غیر این صورت نامتناهی یا بی پایان می گویند.

مثال: کدام یک متناهی اند؟

۱- مجموعه انسان های روی زمین

۲- مجموعه اعداد طبیعی

۳- مجموعه نقاط روی یک پاره خط

۴- مجموعه سلولهای عصبی مغز

$$\{x \in N \mid 1 < x < 2\} - 5$$

$$\{x \in R \mid 0 < x < 1\} - 6$$

$$R - W - 7$$

$$Z - N - 8$$

$$Q \cap Q' - 9$$

مثال: دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که $B - A \subset B$ تک عضوی باشد.

مثال: آیا مجموعه ای متناهی وجود دارد که زیر مجموعه ای نامتناهی داشته باشد؟

نکته: اگر A, B هر دو متناهی باشند $A \cup B, A \cap B, A - B$ قطعاً متناهی اند.

نکته: اگر A نا متناهی و B متناهی باشد $A \cap B, B - A, A - B, A \cup B$ قطعاً نامتناهی و $A - B$ متناهی باشد.

نکته: اگر A, B هر دو نا متناهی باشند $A \cup B, A \cap B, A - B$ قطعاً نامتناهی اما  ممکن است متناهی باشد.

نکته: اگر A متناهی باشد A' قطعاً نامتناهی و اگر A نا متناهی باشد A' ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

مثال: اگر A' و B' نامتناهی باشند چند تا از مجموعه های زیر قطعاً نامتناهی اند؟

$$B' \cap A', \quad A \cap B', \quad B - A'$$

مثال: اگر A متناهی و B نامتناهی و C نامشخص باشد چند تا از مجموعه های زیر قطعاً نامتناهی است؟

$$B - (A \cap C), \quad A \cup (B - C), \quad A \cap (B - C)$$

مسائل تعداد اعضای مجموعه ها:

مثال: در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۲ نفر در فیزیک و ۱۰ نفر در شیمی و ۴ نفر در هر دو درس قبول شده اند.

الف) چند نفر در هر دو درس رد شده اند؟

ب) چند نفر فقط در فیزیک قبول شده اند؟

ج) چند نفر فقط در یکی از این دو درس قبول شده اند؟

مثال: در یک جمع ۴۰ نفره همه یا شاعر هستند یا نقاش. اگر ۱۷ نفر نقاش و ۲۷ نفر شاعر باشند چند نفر هم نقاش و هم شاعرند؟



مثال: اگر $n(A' \cap B) = ۳۰$, $n(U) = ۱۰۰$, $n(A' - B) = ۱۰$, $n(B) = ۶۵$ باشد

$n(A \cup B)$ و $n(A - B')$ چند است؟

مثال: اگر $n(A \cup B) = ۲$, $n(B - A) = ۱$, $n(B) = ۳n(A)$ مقدار $n(A - B)$ چیست؟

مثال: اگر تعداد اعضای A سه برابر تعداد اعضای B و تعداد اعضای $A \cap B$ ثلث تعداد اعضای B باشد و تعداد اعضا یی که حداقل به یکی از آنها تعلق دارند ۲۲ باشد تعداد اعضای A چند است؟

الگو:

الگو یک ساختار منظم از اشکال یا اعداد است که ممکن است تکرار شونده یا رشد کننده یا ترکیبی از هر دو باشند.

۱, -۱, ۱, -۱, ۱, -۱, ...

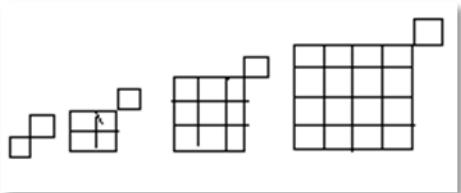
۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ...

۱, ۲, ۳, ۴, ۱, ۲, ۳, ۴, ...

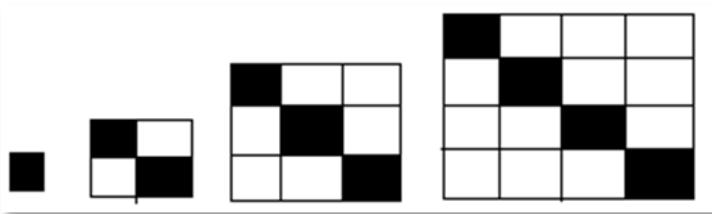
به هر یک از اعداد الگو یک جمله الگو گفته می شود . اگر جملات الگو را با a_1 نشان دهیم به a_1 جمله اول a_2 جمله دوم و ... و a_n جمله n ام می گویند که به جمله n ام جمله عمومی الگو نیز گفته می شود .



مثال : جمله نهم الگوی زیر چند مربع دارد؟



مثال: الگوی زیر مفروض است. اختلاف بین تعداد مربع های سیاه و سفید جمله دهم چند است؟



نکته: اگر اختلاف بین هر دو جمله، ثابت باشد به آن الگوی خطی در غیر این صورت غیر خطی می‌گویند. جمله عمومی الگوی خطی $a_n = an + b$ است که همان اختلاف بین هر دو جمله است.

مثال: جمله عمومی و جمله یازدهم الگوهای زیر را مشخص کنید.

$$-2, 2, 6, 10, \dots$$

$$12, 9, 6, 3, \dots$$

$$1, 3, 6, 10, 15, \dots$$

$$2, 5, 10, 17, \dots$$



$$1, \frac{2}{3}, \frac{3}{9}, \frac{4}{27}, \frac{5}{81}, \dots$$

مثال: جمله عمومی یک الگوی خطی را بباید که جمله چهارم و دهم آن به ترتیب ۱۷ و ۴۱ باشد.

مثال: اگر جمله عمومی یک دنباله خطی به صورت $a_n = an(2 - n) + 4n^2 - a$ باشد جمله دهم چند است؟

دنباله:

به تعدادی از اعداد که پشت سر هم نوشته شده باشند دنباله‌ای از اعداد می‌گویند که ممکن است از الگوی خاصی پیروی کند یا نکند.

مثال: سه جمله اول دنباله $b_n = \frac{(-1)^n}{n^r+1}$ را بنویسید.

مثال: اگر جمله $(3n + 4)$ ام یک دنباله برابر $(2n + 1)$ باشد

الف) جمله دهم آن را بیابید. ب) جمله چندم آن ۲۵ است؟



دنباله حسابی (عددی):

دنباله‌ای است که غیر از جمله اول هر جمله آن با افزودن یک مقدار ثابت به جمله قبلی به دست می‌آید در حقیقت در این دنباله اختلاف هر دو جمله متوالی یک مقدار ثابت است که به این مقدار ثابت قدر نسبت می‌گویند و با d نشان می‌دهند. اگر قدر نسبت مثبت باشد دنباله را افزایشی (صعودی) و اگر منفی باشد کاهشی (نزولی) می‌گویند.

مثال:

۲, ۵, ۸, ۱۱, ...

۳, -۳, -۹, ...

مثال : اگر در دنباله ای حسابی $\frac{1}{3}$ بعد از $\frac{1}{3}$ باید جمله ماقبل $\frac{1}{3}$ و بعد از $\frac{1}{3}$ را باید .

مثال: اگر اضلاع مثلث قائم الزاویه ای تشکیل دنباله حسابی دهنده آنها را طوری باید که
الف) کوچکترین ضلع ۲ باشد . ب) مساحت آن ۲۴ باشد

مثال: سه عدد که تشکیل تصاعد عددی می دهنند طوری باید که مجموع آنها ۱۵ و حاصلضرب آنها ۱۲۰ باشد.



مثال: ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم کنید که سهم های دریافت شده دنباله حسابی تشکیل دهنند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگتر مساوی مجموع دو سهم کوچکتر باشد.

$$\text{جمله عمومی دنباله حسابی: } a_n = a + (n - 1)d$$

مثال : دنباله حسابی زیر مفروض است : ... , ۱۷۸ , -۶۲ , -۶۸ .
الف) جمله یازدهم آن را باید .

ب) جمله چندم آن 40 است؟

ج) چند جمله کمتر از 90 وجود دارد؟

مثال: بین دو عدد 21 و 250 چند عدد هست که باقی مانده آن ها بر 11 برابر 3 شود؟

مثال: در یک تصاعد حسابی 91 جمله ای جملات اول و آخر 14 - و 40 است. تعداد جملات منفی چند است؟

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله حسابی 2 واحد اضافه شود به جمله بیستم آن چند واحد اضافه می شود؟

مثال: مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی 3 و مجموع سه جمله بعدی آن 39 است. جمله چندم آن 17 است؟

مثال : مجموع جملات چهارم ویازدهم یک دنباله حسابی صعودی ۶۹ و تفاضل آن ها ۳۵ است . جمله دوازدهم کدام است ؟

مثال : در یک تصاعد حسابی مجموع جمله های هفتم و سیزدهم برابر ۲۶ است جمله دهم را بباید .

مثال: اگر در دنباله حسابی جمله اول دو برابر جمله پنجم باشد ، جمله نهم چند است؟

مثال : در یک تصاعد حسابی مجموع سه جمله اول چهار برابر مجموع سه جمله بعدی است. جمله چندم صفر است ؟

مثال: در یک دنباله حسابی روابط $a_5^2 - a_3^2 = -160$ و $a_5 + a_3 = 16$ برقرار است. قدر نسبت چند است؟